

Δ2.

$$Q = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = 1,845 \text{ J}$$

Δ3.

$$\Delta p_1 = p'_1 - p_1 = 0 - m_1v_1 = 1,2 \text{ kg m/s}$$

$$\Delta p_2 = p'_2 - p_2 = 0 - m_2v_2 = -1,5 \text{ kg m/s} \Rightarrow |\Delta p_2| = 1,5 \text{ kg m/s}$$

Η ΑΔΟ διατηρείται μόνο στον άξονα του πλάγιου επιπέδου. Στον άξονα που είναι κάθετος στο πλάγιο επίπεδο, ασκούνται στο σύστημα εξωτερικές δυνάμεις από το επίπεδο και δεν επιτρέπουν τη διατήρηση της ορμής.

Δ4.

ΘΜΚΕ για το συσσωμάτωμα από το (Γ) στο (Δ) όπου θα σταματήσει στιγμιαία.

$$K_{\Delta} - K_{\Gamma} = W_w + W_{\text{FeL}} \Rightarrow$$

$$0 - 0 = (m_1 + m_2)g\eta\mu\phi \cdot \Delta\ell_1 + \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 - \frac{1}{2}k(\Delta\ell_1 + \Delta\ell)^2 \Rightarrow \Delta\ell_1 = 0,48 \text{ m}$$

Λύσεις κριτηρίου 2

ΘΕΜΑ Α

A1. (δ) **A2.** (δ) **A3.** (α) **A4.** (α) **A5.** α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Σ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. (ii)

Τα μέτρα των ορμών είναι ίσα, $p_1 = p_2$, επομένως

$$|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2|, \quad p_{\text{ολ}} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\cos 120^\circ} = p_1 \Rightarrow$$

$$2mV = mv \Rightarrow V = \frac{v}{2}, \quad (1)$$

Σύμφωνα με την ΑΔΕ

$$Q = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\text{τελ}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}2mV^2 = mv^2 - m\frac{v^2}{4} \Rightarrow Q = \frac{3}{4}mv^2$$

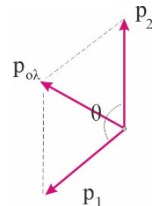
B2. (i)

Περίπτωση (α): ΑΔΕ: $K = \frac{1}{2}mv^2 = E_{\alpha\pi\alpha\iota\tau}$

Περίπτωση (β): ΑΔΟ: $mv' = (M + m)V \Rightarrow$

$$V = \frac{mv'}{M + m}, \quad (1)$$

ΑΔΕ: $K' = E_{\alpha\pi\alpha\iota\tau} + K_{\text{συσ}} = K + \frac{1}{2}(M + m)V^2 \xrightarrow{(1)}$



$$\frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(M+m)\frac{m^2v'^2}{(M+m)^2} \Rightarrow K' = K + K' \frac{m}{M+m} \Rightarrow K' = \frac{M+m}{M}K$$

B3. (iii)

Η κρούση γίνεται κατά μήκος της διακέντρου (ευθεία που ενώνει τα κέντρα των σφαιρών), δηλαδή στον άξονα x. Επειδή οι σφαίρες έχουν ίδιες μάζες, ανταλλάσσουν ταχύτητες. Στον άξονα y, δεν ασκήθηκε δύναμη στις σφαίρες και διατήρησαν τις ταχύτητές τους. Από τη γεωμετρία, μπορούμε να υπολογίσουμε τη γωνία ϕ .

$$\eta\mu\phi = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \phi = 30^\circ$$

Άξονας-x: (λίγο πριν την κρούση): $v_x = v\sin\phi = \frac{v\sqrt{3}}{2}$

Άξονας-y: (λίγο πριν την κρούση): $v_y = v\eta\mu\phi = \frac{v}{2}$

Τα μέτρα των ταχυτήτων μετά την κρούση διατηρήθηκαν.

Η μεταβολή της ορμής για κάθε σφαίρα οφείλεται στον άξονα-x. Επομένως

$$\Delta p_{(A)} = -mv'_x - mv_x = -mv\frac{\sqrt{3}}{2} - mv\frac{\sqrt{3}}{2} = -2mv\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |\Delta p_{(A)}| = |\Delta p_{(B)}| = p\sqrt{3}$$

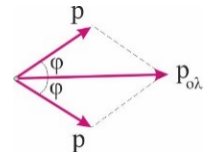
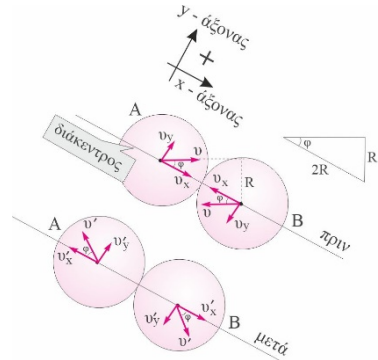
ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το διάγραμμα ορμών παίρνουμε:

$$p_{ολ} = \sqrt{p^2 + p^2 + 2p^2\sin 60^\circ} \Rightarrow p_{ολ} = p\sqrt{3} = mv\sqrt{3} \Rightarrow p_{ολ} = \sqrt{3} \text{ kg m / s}$$

Γ2. $p_{ολ} = 2mV \Rightarrow mv\sqrt{3} = 2mV \Rightarrow V = v\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\frac{m}{s}$

Από τη διανυσματική σύνθεση των ορμών βλέπουμε ότι το συσσωμάτωμα θα κινηθεί πάνω στον άξονα x'x μετά την κρούση.

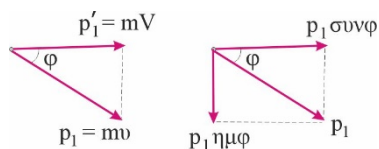


Γ3.

$$\Delta p_{1x} = p'_1 - p_1 \cos \varphi = mv \frac{\sqrt{3}}{2} - mv \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 ,$$

$$\Delta p_{1y} = 0 - p_1 \sin \varphi = -\frac{mv}{2}$$

$$|\Delta p_1| = \sqrt{\Delta p_{1x}^2 + \Delta p_{1y}^2} = \frac{mv}{2} = 0,5 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Η ορμή του συστήματος διατηρείται, επομένως, ισχύει $\Delta p_1 = -\Delta p_2 \Rightarrow |\Delta p_1| = |\Delta p_2|$

Γ4.

$$\Pi(\%) = \frac{\frac{1}{2} 2mV^2 - \left(\frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} mv^2 \right)}{\frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} mv^2} 100\% = \frac{V^2 - v^2}{v^2} 100\% \Rightarrow \Pi(\%) = -25\%$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Εφαρμόζουμε την ΑΔΕ στα (Α) και (Γ).

$$U_{(A)} = K_{(Γ)} + Q \Rightarrow m_i g R = \frac{1}{2} m_i v_i^2 + \frac{m_i g R}{4} \Rightarrow v_i = \sqrt{\frac{3gR}{2}} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Δ2.

$$K'_2 = \frac{75}{100} K_1 \Rightarrow K'_1 = \frac{25}{100} K_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 = \frac{1}{4} \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \Rightarrow v'_1 = -\frac{v_1}{2}$$

το αρνητικό πρόσημο γιατί το σώμα Σ_1 μετά την κρούση επιστρέφει. Άρα

$$v'_1 = -\frac{v_1}{2} \Rightarrow \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = -\frac{v_1}{2} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 3$$

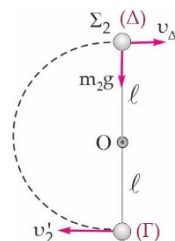
Δ3. Μετά την κρούση το Σ_2 αποκτά ταχύτητα $v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Για οριακή ανακύκλωση, στη θέση (Δ) το νήμα τείνει να χαλαρώσει και η κεντρομόλος δύναμη είναι το βάρος του Σ_2 .

$$F_k = m_2 g \Rightarrow \frac{m_2 v_\Delta^2}{\ell} = m_2 g \Rightarrow v_\Delta = \sqrt{\ell g} , (I)$$

ΘΜΚΕ για το Σ_2 από το (Γ) στο (Δ):

$$\frac{1}{2} m v_\Delta^2 - \frac{1}{2} m v_2'^2 = -m_2 g \cdot 2\ell \xrightarrow{(I)} \ell = \frac{v_2'^2}{5g} = 0,18 \text{ m}$$

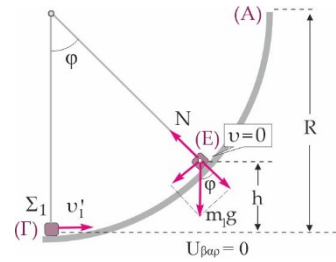


Δ4. Μετά την κρούση το Σ_1 αποκτά ταχύτητα

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = -3 \frac{m}{s}$$

Εφαρμόζουμε την ΑΔΕ στα (Γ) και (Ε).

$$K_{(\Gamma)} = U_{(E)} + \frac{K_{(\Gamma)}}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} K_{(\Gamma)} = U_{(E)} \Rightarrow \frac{2}{3} \frac{1}{2} m v_1'^2 = m_1 g h \Rightarrow h = \frac{v_1'^2}{3g} = 0,3m$$



Από τη γεωμετρία του σχήματος έχουμε: $\text{συν}\varphi = \frac{R-h}{R} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$

Στη θέση (Ε) όπου το Σ_1 είναι στιγμιαία σταματημένο έχουμε

$$N = m_1 g \cdot \text{συν}\varphi = 10 \cdot \frac{7}{8} N \Rightarrow N = 8,75 N$$

Λύσεις κριτηρίου 3

ΘΕΜΑ Α

A1. (β) A2. (β) A3. (α) A4. (γ) A5. α. Σ β. Σ γ. Σ δ. Λ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. (ii)

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το (Α) μέχρι τη θέση (Γ) λίγο πριν κτυπήσουν στο έδαφος. Τα δύο σώματα αφήνονται από το ίδιο ύψος, άρα θα έχουν ταχύτητες ίδιου μέτρου.

$$\frac{1}{2} m v^2 - 0 = m g h \Rightarrow v = \sqrt{2gh}, \quad (1)$$

Η σφαίρα Σ_2 κτυπάει πρώτη στο έδαφος ελαστικά και αντιστρέφει την ταχύτητά της. Επομένως λίγο πριν την κρούση οι σφαίρες έχουν αντίθετες ταχύτητες. Η ταχύτητα της Σ_1 αμέσως μετά την κρούση δίνεται από τη σχέση

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v - \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v = -\frac{v}{2} - \frac{3v}{2} \Rightarrow v_1' = -2v$$

Άρα η Σ_1 μετά την κρούση θα ανέβει με ταχύτητα μέτρου $2v$.

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το (Δ) μέχρι τη θέση (Ε) όπου η Σ_1 θα σταματήσει στιγμιαία.

