

Λύσεις κριτηρίων αξιολόγησης

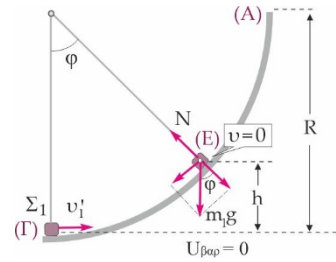
Δ4. Μετά την κρούση το Σ_1 αποκτά ταχύτητα

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = -3 \frac{m}{s}$$

Εφαρμόζουμε την ΑΔΕ στα (Γ) και (Ε).

$$K_{(\Gamma)} = U_{(E)} + \frac{K_{(\Gamma)}}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} K_{(\Gamma)} = U_{(E)} \Rightarrow$$

$$\frac{2}{3} \frac{1}{2} m v_1'^2 = m_1 g h \Rightarrow h = \frac{v_1'^2}{3g} = 0,3m$$



Από τη γεωμετρία του σχήματος έχουμε: $\text{συν}\varphi = \frac{R-h}{R} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$

Στη θέση (Ε) όπου το Σ_1 είναι στιγμιαία σταματημένο έχουμε

$$N = m_1 g \cdot \text{συν}\varphi = 10 \cdot \frac{7}{8} N \Rightarrow N = 8,75 N$$

Λύσεις κριτηρίου 3

ΘΕΜΑ Α

A1. (β) A2. (β) A3. (α) A4. (γ) A5. α. Σ β. Σ γ. Σ δ. Λ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. (ii)

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το (Α) μέχρι τη θέση (Γ) λίγο πριν κτυπήσουν στο έδαφος. Τα δύο σώματα αφήνονται από το ίδιο ύψος, άρα θα έχουν ταχύτητες ίδιου μέτρου.

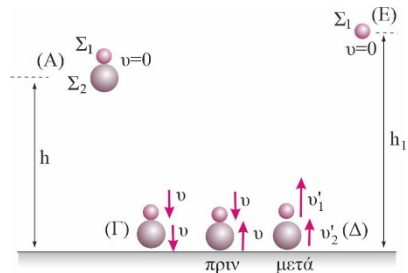
$$\frac{1}{2} m v^2 - 0 = m g h \Rightarrow v = \sqrt{2gh}, \quad (1)$$

Η σφαίρα Σ_2 κτυπάει πρώτη στο έδαφος ελαστικά και αντιστρέφει την ταχύτητά της. Επομένως λίγο πριν την κρούση οι σφαίρες έχουν αντίθετες ταχύτητες. Η ταχύτητα της Σ_1 αμέσως μετά την κρούση δίνεται από τη σχέση

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v - \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v = -\frac{v}{2} - \frac{3v}{2} \Rightarrow v'_1 = -2v$$

Άρα η Σ_1 μετά την κρούση θα ανέβει με ταχύτητα μέτρου $2v$.

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το (Δ) μέχρι τη θέση (Ε) όπου η Σ_1 θα σταματήσει στιγμιαία.



$$0 - \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 = -m_1 g h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{v_1'^2}{2g} \xrightarrow{(I)} h_1 = 4h$$

B2. (i)

Εφόσον τα σώματα φτάνουν ταυτόχρονα στα τοιχώματα ισχύει

$$\text{Για το A: } D = v_A t, \quad \text{Για το B: } 2D = v_B \cdot \eta \mu 30^\circ t$$

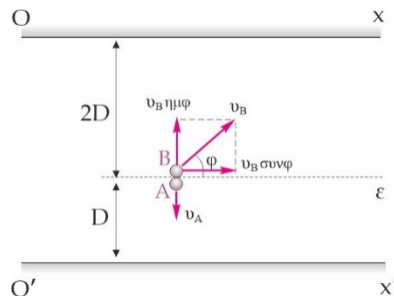
$$\text{Επομένως } v_B = 4 \cdot v_A$$

$$\text{Όταν το A φτάνει στην πάνω πλάκα: } t_1 = \frac{4D}{v_A}$$

Στον ίδιο χρόνο το B θα έχει διανύσει απόσταση στον άξονα γ:

$$y = v_B \eta \mu 30^\circ t_1 = 4v_A \frac{1}{2} \frac{4D}{v_A} \Rightarrow y = 8D$$

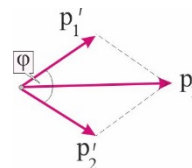
Αρα τη στιγμή t_1 το B βρίσκεται στην πάνω πλάκα.



B3. (ii)

Από το διάγραμμα ορμών έχουμε:

$$p_1 = \sqrt{p_1'^2 + p_2'^2 + 2p_1' p_2' \cos 60^\circ} = \sqrt{p_1'^2 + p_1'^2 + 2p_1'^2 \frac{1}{2}} \Rightarrow p_1^2 = 3p_1'^2, \quad (I)$$



Η κρούση είναι ελαστική. Εφαρμόζοντας την ΑΔΜΕ παίρνουμε:

$$K_1 = K_1' + K_2' \Rightarrow \frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_2} = \frac{p_1'^2}{2} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \xrightarrow{(I)} \frac{3p_1'^2}{m_1} = p_1'^2 \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2$$

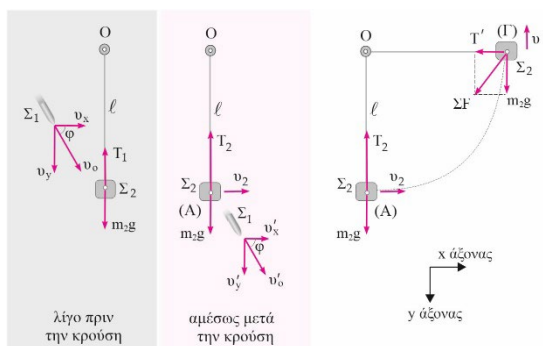
ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η ορμή διατηρείται στον x άξονα. Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ για τα σώματα Σ_1 – Σ_2 στον x άξονα λίγο πριν και μετά την κρούση.

$$m_1 v_o \cos \phi = m_2 v_2 + m_1 v_x' \Rightarrow v_2 = 6 \frac{m}{s}$$

Γ2. Πριν την κρούση: $T_1 = m_2 g = 10 \text{ N}$

$$\text{Μετά την κρούση: } T_2 - m_2 g = \frac{m_2 v_2^2}{\ell} \Rightarrow T_2 = 50 \text{ N}$$



Γ3. Για οριακή ανακύκλωση, στην ανώτερη θέση το νήμα είναι χαλαρό και η κεντρομόλος δύναμη είναι το βάρος του Σ_2 .

$$F_k = m_2 g \Rightarrow \frac{m_2 v_{av}^2}{\ell} = m_2 g \Rightarrow v_{av} = \sqrt{\ell g} \quad , \quad (1)$$

Η ταχύτητα v_2' του Σ_2 αμέσως μετά την κρούση για οριακή ανακύκλωση θα υπολογιστεί με εφαρμογή του ΘΜΚΕ για το Σ_2 από τη θέση (Α) μέχρι την ψηλότερη θέση.

$$\frac{1}{2} m_2 v_{av}^2 - \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = -m_2 g \cdot 2\ell \xrightarrow{(1)} v_2' = \sqrt{5g\ell} = \sqrt{45} \frac{m}{s} \quad \text{Επειδή } v_2 < v_2' \text{ το σώμα δεν κάνει ανακύκλωση.}$$

Γ4. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από το (Α) μέχρι το νήμα να βρεθεί σε οριζόντια θέση (Γ).

$$\frac{1}{2} m_2 v'^2 - \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = -m_2 g \ell \Rightarrow v' = \sqrt{v_2^2 - 2g\ell} = 3\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

$$\text{Η τάση του νήματος δίνεται από τη σχέση της κεντρομόλου } T' = \frac{m_2 v'^2}{\ell} \Rightarrow T' = 20 \text{ N}$$

$$\text{Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής είναι } \frac{dp}{dt} = \Sigma F = \sqrt{T'^2 + (m_2 g)^2} = 10\sqrt{5} \text{ N}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του Σ_2 είναι

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F_y \cdot v' = -m_2 g \cdot v' \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -30\sqrt{2} \frac{J}{s}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ για το σύστημα των Σ_1 - Σ_2 λίγο πριν και αμέσως μετά την αναπήδηση του βατράχου.

$$p_{αρχ} = p_{τελ} \Rightarrow 0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \quad , \quad (1)$$

Ο βάτραχος μετά την αναπήδηση φτάνει σε ύψος h , επομένως

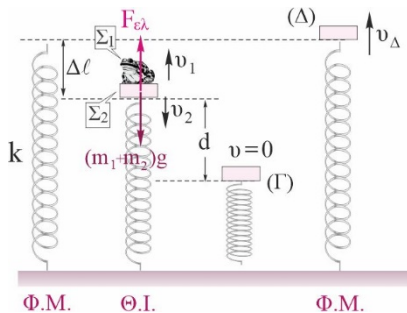
$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = m_1 g h \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh} = 2\sqrt{6} \frac{m}{s}$$

Αντικαθιστώντας την v_1 στη σχέση (1) παίρνουμε

$$v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2} = \sqrt{6} \frac{m}{s}$$

Δ2. Η χημική ενέργεια που δαπάνησε ο βάτραχος κατά την αναπήδηση ισούται με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά την αναπήδηση.

$$E_{χημ} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = 18 \text{ J}$$



Δ3. Πριν την αναπήδηση, το ελατήριο είχε αποθηκευμένη δυναμική ενέργεια

$$U = \frac{1}{2}k \cdot \Delta\ell^2, \quad (2)$$

Στη θέση ισορροπίας των $\Sigma_1 - \Sigma_2$ ισχύει $(m_1 + m_2)g = k \cdot \Delta\ell$, (3)

Από τις (2), (3) παίρνουμε: $\Delta\ell = 0,15\text{m}$ και $k = 200\text{ N/m}$.

Δ4. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για το Σ_2 από την αρχική θέση ισορροπίας μέχρι τη θέση (Γ) όπου σταματά στιγμιαία.

$$0 - \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = m_2 g d + \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 - \frac{1}{2}k(\Delta\ell + d)^2 \Rightarrow d = 0,2\text{m}$$

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι $U_{\max} = \frac{1}{2}k(\Delta\ell + d)^2 = 12,25\text{J}$

Δ5. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του δίσκου όταν αυτός περάσει για πρώτη φορά από τη θέση (Δ) που είναι το φυσικό μήκος του ελατηρίου δίνεται από τη σχέση

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot v_\Delta = -m_2 g \cdot v_\Delta, \quad (4)$$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για το Σ_2 από την θέση (Γ) μέχρι τη θέση (Δ).

$$\frac{1}{2}m_2 v_\Delta^2 - 0 = -m_2 g(\Delta\ell + d) + \frac{1}{2}k(\Delta\ell + d)^2 \Rightarrow v_\Delta^2 = 5,25 \Rightarrow v_\Delta = 2,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (4) παίρνουμε $\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot v_\Delta = -46 \frac{\text{J}}{\text{s}}$

Λύσεις κριτηρίου 4

ΘΕΜΑ Α

A1. (α) A2. (δ) A3. (γ) A4. (γ) A5. α Σ β. Λ γ. Σ δ. Σ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. (i)

Για το σημείο Ε που είναι σημείο του καρουλιού έχουμε:

$$\vec{\alpha}_E = \vec{\alpha}_{\text{cm}} + \vec{\alpha}_{\gamma\text{p}} \Rightarrow \alpha_E = \alpha_{\text{cm}} - \alpha_{\gamma\text{ov}} r, \quad (1)$$

Για το καρούλι ισχύει: $\alpha_{\text{cm}} = \alpha_{\gamma\text{ov}} R$, (2)

Συνδυάζοντας τις (1), (2) παίρνουμε: